

YouTube-Tutorial zur Modellierung von Planungs- und Entscheidungsproblemen

Tipps und Tricks zum Formulieren von mathematischen Modellen in den Wirtschaftswissenschaften

Viele Anwendungsprobleme werden in der Wissenschaft in abstrakter Form als mathematisches Modell erfasst. Daher ist es wichtig, dass Studierende solche Modelle nicht nur verstehen, sondern auch selbst entwickeln können. Das Erwerben solcher Fähigkeiten fällt Studierenden aber häufig sehr schwer, da das Modellieren eine kreative Tätigkeit ist. Trotzdem existieren einige Tipps und Tricks, die jetzt in Form von Lernvideos auf YouTube frei verfügbar sind.



Prof. Dr. Alf Kimms erwarb seine wissenschaftliche Qualifikation an der WiSo-Fakultät der Universität Kiel. Aktuell ist er Inhaber des Lehrstuhls für Logistik und Operations Research an der Mercator School of Management der Universität Duisburg-Essen. Bevorzugte Forschungsgebiete: Produktion, Logistik, Supply Chain Management, Revenue Management, Katastrophenmanagement, Operations Research.

Summary: It is common practice in science to model applications mathematically in abstract form. Hence, it is essential for students to be able to understand and to formulate such models on their own. Unfortunately, learning such techniques is a struggle for beginners because you'll need quite a bit of creativity. Nevertheless, there are some helpful tips and tricks and these are now made available for free in English on YouTube.

Stichwörter: Mathematische Modelle, Planungs- und Entscheidungsprobleme, Didaktik, Lernvideos, Unterrichtsmaterial

1. Zur Ausgangslage

Um Planungs- und Entscheidungssituationen zu diskutieren, werden in den Wirtschaftswissenschaften regelmäßig mathematische Beschreibungen (**Modelle**) formuliert. Ausgehend von einer realen Fragestellung, die man in einem

ersten Ansatz auch verbal beschreiben könnte, ist der Abstraktionsschritt, der bei einer mathematischen Modellformulierung vollzogen wird, aus verschiedenen Gründen wichtig:

- (1) Die Sprache der Mathematik ist präzise und **eindeutig**. Verbale Formulierungen hingegen können auch bei größter Mühe mehrdeutig und interpretierbar sein. Ein mathematisches Modell garantiert, dass alle Leser dasselbe aus der präsentierten Formulierung herauslesen.
- (2) Bei der Formulierung eines mathematischen Modells wird die Fragestellung gründlich überdacht. Der Prozess des mathematischen Modellierens zwingt die Entscheidenden dazu, noch einmal genau zu überlegen (und hinzuschreiben!), welche Informationen **gegeben** und welche **gesucht**, welche Aspekte des Problems **wichtig** und welche **unwichtig** sind. Unwichtige Aspekte werden im Zuge der Abstraktion bewusst weggelassen.
- (3) Für (manche) mathematische Modelle gibt es **Standardsoftware**, die (mehr oder weniger) eins zu eins Modellformulierungen als Eingabe akzeptieren und dann versuchen, eine Lösung zu berechnen. In manchen Fällen ist mit dem Modellieren das Problem damit dann bereits gelöst. Wer modellieren kann (und entsprechende Software kennt), kann manchmal also auch Lösungsvorschläge unterbreiten.
- (4) Sollte Standardsoftware nicht verfügbar oder nicht in der Lage sein, ein modelliertes Problem zu lösen, dann sind Modellformulierungen häufig trotzdem eine Hilfe, weil etliche Verfahrensideen zur **Lösung** eines Prob-

lems intensiv auf mathematische Beschreibungen des Problems zurückgreifen.

In der **akademischen Ausbildung** treffen Studierende in den verschiedenen Teildisziplinen der Wirtschaftswissenschaften auf mathematische Modelle. Es wird von Studierenden erwartet, dass sie im Laufe ihres Studiums das Lesen und Verstehen, aber auch das eigenständige Formulieren von Modellen erlernen. Besonders intensiv mag dies den Studierenden in Veranstaltungen zum **Operations Research** auffallen, da in diesem Fach systematische, mathematische Herangehensweisen zur Beherrschung von Planungs- und Entscheidungsproblemen thematisiert werden. In anderen Fächern dominieren häufig die Anwendungsfragenstellungen und Techniken des Modellierens werden an entsprechenden Stellen als bekannt vorausgesetzt, sodass Studierende mathematische Modelle dort eventuell (und fälschlicherweise) als eher nebensächlich wahrnehmen, sofern die Lehrperson nicht besondere Aufmerksamkeit auf eben solche Aspekte legt.

Aus Sicht der Studierenden ist das mathematische Modellieren besonders schwierig. Der Grund liegt darin, dass beim Erstellen eines mathematischen Modells kein festes „Kochrezept“ abgearbeitet werden kann, um zum Erfolg, d.h. zu einem korrekten Modell, zu kommen. An anderen Stellen lernen Studierende durchaus komplizierte Rechenverfahren, wie z.B. den Simplex-Algorithmus, Branch-and-Bound-Verfahren oder Dynamische Programmierung, die auf den ersten Blick viel schwieriger erscheinen als Modelle. Das Durchrechnen solcher Verfahren folgt aber einem festen Ablaufschema, einem Kochrezept, sodass Studierende durchaus auch dann richtige Ergebnisse auszurechnen in der Lage sind, wenn sie überhaupt gar nicht verstanden haben, was sie eigentlich tun. Das ist beim Modellieren anders. Der Vorgang des For-

mulierens eines mathematischen Modells ist ein **kreativer Prozess**, der nicht nach „Schema F“ abgearbeitet werden kann. Nur mit der Erfahrung wächst die Kompetenz beim Modellieren. Das macht das Modellieren schwierig.

Vor diesem Hintergrund wundert es nicht, dass auch die Lehrbuchliteratur hier nicht perfekt ist. Kreative Prozesse lassen sich schwer erklären. In den anwendungsfokussierten Fächern werden Modelle, wenn überhaupt, lediglich gezeigt und nicht entwickelt. Selbst in Lehrbüchern des Operations Research werden Modelle meist eher kurz und knapp eingeführt, um dann schwerpunktmäßig Rechenverfahren zu besprechen. Eine rühmliche Ausnahme ist das Buch „Model Building in Mathematical Programming“ von Williams (1999), das sich ausschließlich der Modellierung widmet.

2. Ein Online-Angebot an Studierende und Lehrende

Ausgehend von dieser Situation hat der Autor dieses Beitrags sich aufgemacht und eine Ansammlung von üblichen **Tipps** und **Tricks** zum Formulieren von mathematischen Modellen zusammengestellt. Diese Hinweise wurden in Form von **YouTube-Videos** der Öffentlichkeit frei zur Verfügung gestellt und können als Playlist auf *YouTube* in einer inhaltlich sinnvollen Reihenfolge angesehen werden. URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLFbxZjCLGxoeF5NgGQMAbL7EEJH9pyYfW>

Mit den **Suchbegriffen** „**Kimms Operations Research**“ sollte die Playlist auf *YouTube* leicht zu finden sein (vgl. Abb. 1). Alternativ gelangt man über die Website des Autors zu den Videos (vgl. Abb. 2). URL:

<https://www.log.msm.uni-due.de/lehre/youtube-tutorialmodellierung/>

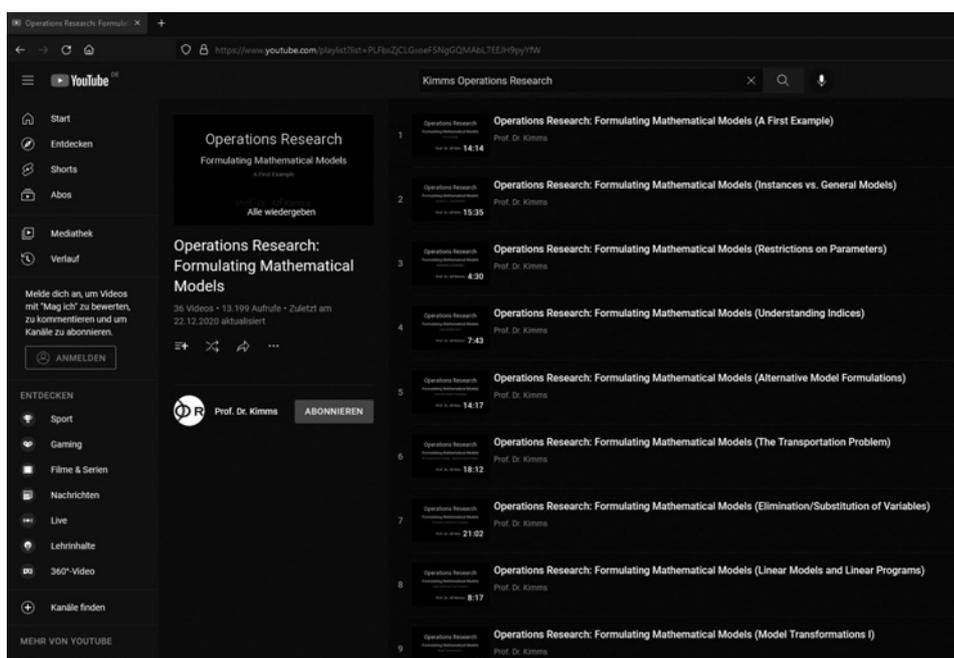


Abb. 1: Eine Playlist auf YouTube definiert eine inhaltlich sinnvolle Reihenfolge der Lehrvideos



Abb. 2: Die Videos lassen sich auch über die Website von Professor Alf Kimms finden

Da nicht nur deutschsprachige Studierende mit dem Formulieren von Modellen hadern, sind diese Videos in **englischer Sprache**, was sich bislang als vollkommen unproblematisch für die eigene Studierendenschaft herausgestellt hat.

Die Länge der Videos variiert. Die meisten haben eine Dauer zwischen fünf und zwanzig Minuten. Es werden keine fertigen Folien gezeigt. Stattdessen werden die Gedanken handschriftlich entwickelt (vgl. Abb. 3), so dass das Tempo zum Mitdenken einlädt. Bei Bedarf kann die Abspielgeschwindigkeit in *YouTube* verändert werden.

Dieses *YouTube*-Format wurde gewählt, da die Masse der

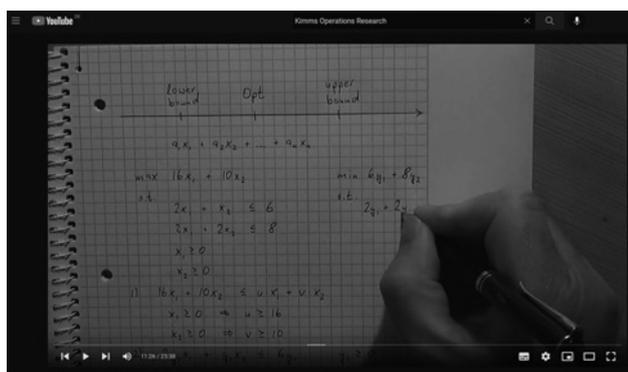


Abb. 3: Die handschriftliche Entwicklung der dargebotenen Ideen lädt zum Mitdenken ein

Studierenden sich zunehmend mehr über Online-Ressourcen informiert und immer weniger ein klassisches Lehrbuch liest. *YouTube* ist allgemein bekannt und leicht zugänglich. Außerdem ist das Material in diesem Kurzvideo-Format bei Bedarf sehr viel einfacher zu ergänzen und zu aktualisieren als in gedruckter Form.

Studierende können sich mit diesen Videos aus eigenem Antrieb beschäftigen. Lehrende können einen Verweis auf diese Videos als Backup-Material in ihre Vorlesungsunterlagen einfügen, sofern mathematische Modelle in den Veranstaltungen auftauchen. Der Autor selbst verweist in allen seinen Veranstaltungen auf dieses **Bonusmaterial**, so dass es ihm nun sehr viel einfacher ist, in den Veranstaltungen darauf hinzuweisen, dass in einem Modell auf einer gezeigten Folie folgende Aspekte besonders hervorzuheben und die technischen Aspekte noch einmal in aller Ruhe im Bonusmaterial erklärt seien. Der Autor verwendet diese Videos als Ergänzung und ausdrücklich nicht als Ersatz für Lehrveranstaltungen. Die Erfahrungen am eigenen Lehrstuhl sind positiv. Diese Videos erweisen sich aus Sicht des Lehrenden nicht nur in einführenden Veranstaltungen im **Bachelor-Programm** oder in fortgeschrittenen Veranstaltungen des **Masterprogramms** als hilfreich. Die Erfahrung zeigt, dass auch Masterstudierende, die im Zuge ihrer **Masterarbeit** Modelle entwickeln, sowie Doktoranden, die im

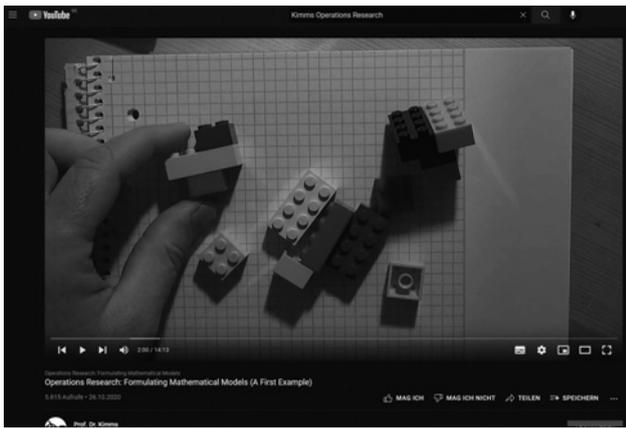


Abb. 4: Ein anschauliches Beispiel führt die Zuschauer an das Thema heran

Rahmen ihrer **Promotion** an Modellformulierungen tüfteln, diese Kurzvideos gerne nutzen.

3. Ausgewählte Einblicke in den Inhalt

In den Videos werden diverse Aspekte des Modellierens erläutert. Beginnend mit einem kleinen Anwendungsbeispiel (vgl. Abb. 4) wird zu Beginn ein allererstes Modell entwickelt, um dabei zugleich **grundlegende Begriffe** wie z.B. **Parameter**, **Entscheidungsvariable**, **zulässige Lösung**, **optimale Lösung**, **Zielfunktion**, **Nebenbedingung** und **Definitionsbereich** einzuführen.

In einem weiteren Video wird der Unterschied zwischen **allgemeinen Modellen** und konkreten Beispielen (**Instanzen**) betont. Anfänger verstehen häufig nicht, wie **Indizes** verwendet werden (können) oder wie man mit **Restriktionen** für **Eingabedaten** umgeht. Daher werden auch solche Fragen in jeweils eigenen Videos adressiert. Beim Modellieren eines Sachverhalts sind häufig **verschiedene Modellformulierungen** möglich und richtig. Auch dies wird in einem Beitrag gezeigt. Entscheidungsvariablen können einzelne Werte, aber bei Verwendung von Indizes auch **Listen** oder mehrdimensionale Strukturen (z.B. **Tabellen**) beschreiben. Am Beispiel des **Transportproblems** kann man sich mit der Verwendung von mehreren Indizes vertraut machen. In manchen Fällen können Modelle durch Elimination einzelner Variablen **umformuliert** werden. Eine Technik, die ebenfalls am Beispiel des Transportproblems demonstriert wird.

Wichtige Klassen von Modellen sind **lineare Modelle** bzw. **lineare Programme**. Beide Modellklassen werden beschrieben und voneinander abgegrenzt. Für solche Modelle sind bestimmte Umformungen erlaubt, die in entsprechenden Beiträgen gezeigt werden. In der Welt der linearen Programme ist das **Dualisieren** ein wichtiger Schritt, um ein zu einem gegebenen (primales) lineares Modell ein artverwandtes (duals) Modell herzuleiten. Diese Herleitung kommt Studierenden häufig sehr technisch vor. Aus diesem

Grunde wird das Herleiten eines dualen Modells ausführlich motiviert und erläutert.

In manchen Fragestellungen gibt es Bedingungen, die zwingend einzuhalten sind, und andere, die eingehalten werden sollten (aber nicht eingehalten werden müssen, wenn es ansonsten keine Lösung gibt). Wie man mit solchen **Soft Constraints** umgeht, wird ebenfalls vorgeführt.

Lagerbilanzgleichungen treten häufig dann auf, wenn sich Situationen entlang der Zeitachse abspielen. Derartige Szenarien und deren Modellierung werden daher thematisiert.

Mit Hilfe von **binären Variablen** lassen sich neue, zusätzlich Problemaspekte einfangen, die sich nicht nur mit kontinuierlichen Variablen – jedenfalls nicht linear – beschreiben lassen. Am Beispiel des **Knapsack Problems** wird die Verwendung solcher Binärvariablen eingeführt. Will man solche Binärvariablen dann mit kontinuierlichen Variablen in Beziehung setzen, werden in bestimmten Situationen sogenannte **Big M-Formulierungen** eingesetzt, die in einem Video besprochen werden.

Ferner werden Themen wie **disaggregierte versus aggregierte Modellformulierungen** und **Subprobleme** versus **Spezialfälle** besprochen. Außerdem wird geklärt, wie man **Oder-Bedingungen** und **logische Ausdrücke** in Modellen formulieren kann.

Da die Klasse der linearen Modelle besonders wichtig ist, weil man für diese Klasse besonders leistungsfähige Lösungsmethoden zur Verfügung hat, ist man in der Regel wann immer möglich versucht, lineare Modellformulierungen anzugeben. Hierzu ist es wichtig, bestimmte Modellierungstricks zu kennen, um solche **Linearisierungen** erfolgreich hinzubekommen. Konkret werden **Prozentrechnungen**, **max/min-Operatoren**, **Absolutbeträge**, **Produkte** von Variablen und **Quotienten** von (linearen) Termen besprochen. Außerdem wird ganz allgemein die **lineare Approximation** nicht-linearer Funktionen, sowie der Umgang mit **nicht-stetigen, stückweise linearen Funktionen** beschrieben.

Manchmal gibt es Situationen, in denen viele Lösungen existieren, die bis auf sogenannte **Symmetrie** identisch sind. Dieser Begriff wird erläutert und am Beispiel wird gezeigt, wie man solche Situationen behandeln kann. Des Weiteren wird diskutiert, ob es sinnvoll ist, voneinander unabhängige Aspekte in einem großen Modell oder alternativ in vielen kleinen Modellen einzufangen.

Andere Spezialprobleme wie z.B. die Modellierung von **Scheduling-Problemen** oder die Vermeidung von sogenannten **Kurzzyklen** bei Rundreise-artigen Fragestellungen werden geklärt. Außerdem werden die Zuschauer mit der Modellierung von **Netzwerkfluss-Problemen** (dazu gehören z.B. auch **kürzeste Wege-Probleme**) bekannt gemacht.

Erweitert man die Klasse der Entscheidungsvariablen um **ganzzahlige Variablen**, dann sind nochmals andere Modellformulierungen möglich. Aus solchen Modellen abgeleitete Modelle, sogenannte **LP-Relaxationen** und **kontinuierliche Relaxationen**, werden beschrieben. Außerdem wird aufgezeigt, wie man Lösungen zumindest partiell als Eingabedatum für Modellformulierungen berücksichtigen kann. Fortgeschrittene Modellierungstechniken wie die **Lagrange-Relaxation** oder die **Lagrange-Dekomposition** werden ebenfalls erläutert.

4. Fazit

In **Ergänzung** der **vorhandenen Lehrbuchliteratur** stehen nunmehr *YouTube*-Videos der Öffentlichkeit zur Verfügung, die sich ausführlich dem mathematischen Modellieren widmen. Lehrende können ganz grundsätzlich auf diese Videos als Bonusmaterial verweisen, sofern in den Veranstaltungen mathematische Modelle auftreten, sie können aber selbstverständlich auch nur auf einzelne Videos verweisen, wenn es um spezielle Tricks beim Modellieren geht. Die Erfahrung hat gezeigt, dass insbesondere Studierende, die sehr konkret eigene Modelle z.B. im Rahmen einer Abschlussarbeit oder Dissertation entwickeln müssen, diese Kurzvideos schätzen, weil man sich spezielle Aspekte des Modellierens sehr kompakt erklären lassen kann.

Literatur

Williams, H.P., Model Building in Mathematical Programming, 4. Aufl., Baffins Lane u.a. 1999.

Alles fürs Finanzverfahren 2023.



beck-shop.de/35600468

Textausgabe mit ausführlichem Sachverzeichnis und Einführung von Dr. Armin Pahlke, Richter am Bundesfinanzhof München a.D. 47. Auflage. 2023. Stand: 1. März 2023. XX, 907 Seiten. Kartoniert € 17,90 (dtv-Band 5548) | **Neu im Mai 2023**

Handlich und topaktuell

Der Band enthält die Abgabenordnung, das Einführungsgesetz zur Abgabenordnung, den Anwendungserlass zur Abgabenordnung und die Finanzgerichtsordnung. Mit ausführlichem Sachverzeichnis und Einführung von Dr. Armin **Pahlke**. Hilfreich für Studierende, Anwaltschaft, Richterschaft, Referendarinnen und Referendare sowie Steuerberatung, Betriebe, Finanzverwaltung, Wirtschaftsprüfung und Gemeinden.

Die Neuauflage

Aktuell berücksichtigt sind u.a.:

- Zweites Gesetz zur Änderung der AO und des EGAO
- Jahressteuergesetz 2022
- Gesetz zur Modernisierung des Steuerverfahrensrechts

Beck im dtv

Erhältlich im Buchhandel oder bei:
beck-shop.de | Verlag C.H.BECK oHG · 80791 München
 kundenservice@beck.de | Preise inkl. MwSt. | 175628